1) Ένας οποιοσδήποτε αριθμός είναι ίσος μ' ένα πολλαπλάσιο του 9 αυξημένο κατά το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού. π.χ. $537 = 59 \cdot 9 + 6 = \text{πολ.}9 + \text{Άθροισμα}(5+3+7=15,\ 1+5=6)$

Απόδειξη (εξήγηση): Αν $\overline{\alpha\beta\gamma}$ ένας π.χ. τριψήφιος αριθμός, τότε αυτός γράφεται

$$\overline{\alpha\beta\gamma} = 100\cdot\alpha + 10\cdot\beta + \gamma = 99\cdot\alpha + \alpha + 9\cdot\beta + \beta + \gamma = 9\cdot 11\cdot\alpha + 9\cdot\beta + \alpha + \beta + \gamma =$$
$$9\cdot(11\alpha+\beta) + (\alpha+\beta+\gamma) = \underset{\text{πολ.}9}{9\cdot\kappa} + \underbrace{(\alpha+\beta+\gamma)}_{\text{άθροισμα ψηφίων}} = \text{πολ.}9 + \lambda,\ \text{ όπου } \kappa = 11\alpha+\beta \text{ και } \lambda = \alpha+\beta+\gamma$$

2) Η διαφορά δύο αριθμών, αποτελούμενων από τα ίδια ψηφία είναι πάντα πολλαπλάσια του 9. (αρκεί το πρώτο και το τελευταίο ψηφίο να διαφέρουν). π.χ. $734 - 437 = 297 = \text{πολ.}9$

Απόδειξη (εξήγηση): εφαρμογή της προηγούμενης πρότασης.
Αν για παράδειγμα $X = \overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ είναι ένας αριθμός και $\Psi = \overline{\beta\delta\alpha\gamma}$ ένας άλλος που αποτελείται από τα ίδια ψηφία του Χ αλλά με άλλη σειρά, τότε ο Χ θα είναι ίσος με ένα πολλαπλάσιο του 9 αυξημένο κατά το άθροισμα των ψηφίων του δηλαδή $X = \text{πολ.}9 + (\text{άθροισμα ψηφίων}) = 9\cdot\kappa + \lambda$ ① αλλά και $\Psi = \text{πολ.}9 + (\text{άθροισμα ψηφίων}) = 9\cdot\mu + \lambda$ ②. Αν ο Χ είναι μεγαλύτερος του Ψ τότε και $\kappa > \mu$ οπότε από τις σχέσεις ① και ② θα έχουμε: $X - \Psi = (9\cdot\kappa+\lambda) - (9\cdot\mu+\lambda) = 9\cdot\kappa - 9\cdot\mu = 9\cdot(\kappa-\mu) = \text{πολ.}9$

3) Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να αναλυθεί σε άθροισμα τετραγώνων. π.χ. $15 = 3^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2$

4) Το άθροισμα όλων των ψηφίων είναι 45.
0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45 ενώ (4 + 5 = 9)

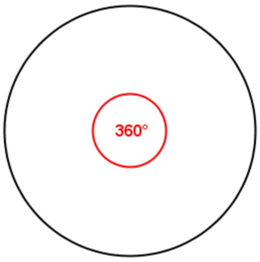
5) Παραδόξως , Εννέα συν κάθε ψηφίο, επιστρέφει το ίδιο ψηφίο. Δηλαδή: 9 + 5 = 14 (1 + 4 = 5)

6)

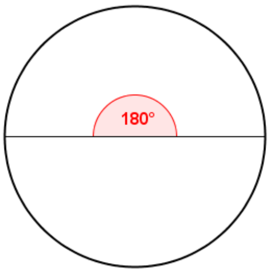
$1x9 = 09 \quad (0+9=9)$
$2x9 = 18 \quad (1+8=9)$
$3x9 = 27 \quad (2+7=9)$
$4x9 = 36 \quad (3+6=9)$
$5x9 = 45 \quad (4+5=9)$
$6x9 = 54 \quad (5+4=9)$
$7x9 = 63 \quad (6+3=9)$
$8x9 = 72 \quad (7+2=9)$
$9x9 = 81 \quad (8+1=9)$
$10x9 = 90 \quad (9+0=9)$

Στη προπαίδεια του 9 παρατηρούμε ότι, το ψηφίο των μονάδων μειώνεται κατά μία μονάδα κάθε φορά (9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0) ενώ το ψηφίο των δεκάδων αυξάνεται κατά μία μονάδα (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Παρατηρούμε ακόμα ότι το άθροισμα των δύο ψηφίων, μονάδων και δεκάδων είναι πάντα 9.

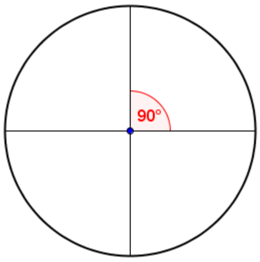
7) Σε κάθε κύκλο υπάρχουν 360 μοίρες . Νομίζετε ότι αυτό είναι αυθαίρετο ;



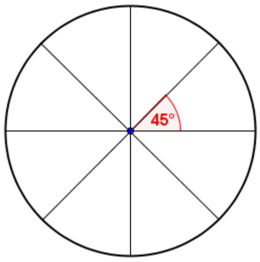
360°
$(3+6+0=9)$



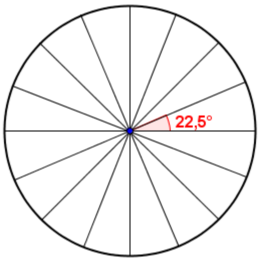
180°
$(1+8+0=9)$



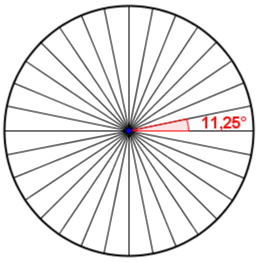
90°
$(9+0=9)$



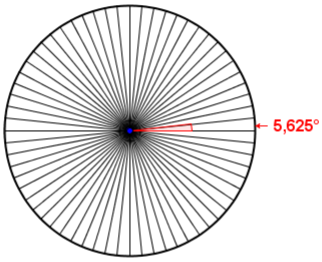
45°
$(4+5=9)$



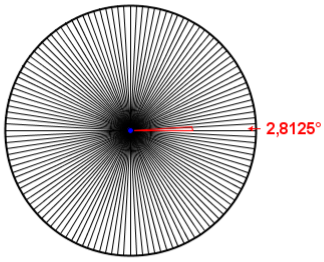
$22,5^\circ$
$(2+2+5=9)$



$11,25^\circ$
$(1+1+2+5=9)$

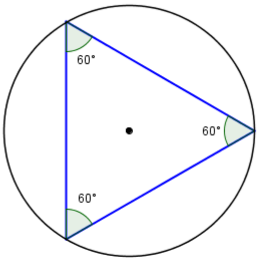


$5,625^\circ$
$(5+6+2+5=18)$
$(1+8=9)$

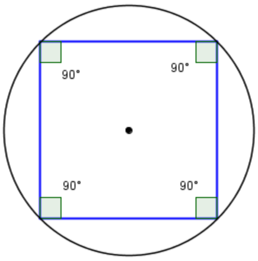


$2,8125^\circ$
$(2+8+1+2+5=18)$
$(1+8=9)$

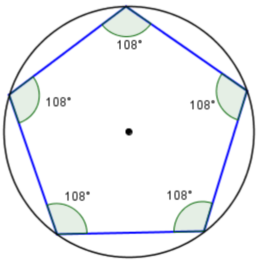
8) Ας εξετάσουμε το άθροισμα των γωνιών σε κανονικά πολύγωνα .



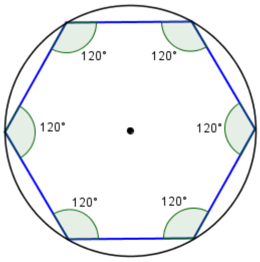
$60^\circ \cdot 3 = 180$
$(1+8+0=9)$



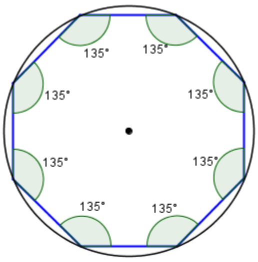
$90^\circ \cdot 4 = 360^\circ$
$(3+6+0=9)$



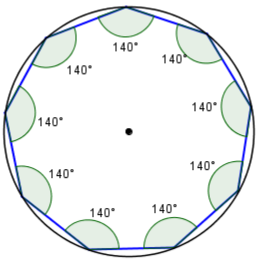
$108^\circ \cdot 5 = 540^\circ$
$(5+4+0=9)$



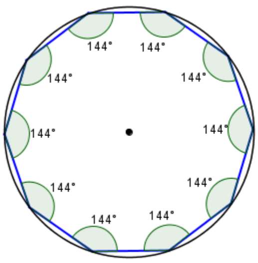
$120^\circ \cdot 6 = 720^\circ$
$(7+2+0=9)$



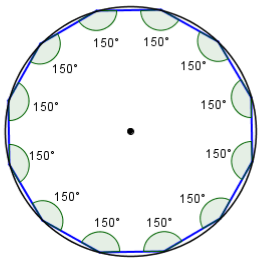
$135^\circ \cdot 8 = 1080^\circ$
$(1+0+8+0=9)$



$140^\circ \cdot 9 = 1260^\circ$
$(1+2+6+0=9)$



$144^\circ \cdot 10 = 1440^\circ$
$(1+4+4+0=9)$



$150^\circ \cdot 12 = 1800^\circ$
$(1+8+0+0=9)$