

## Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

### Ασκήσεις επανάληψης-Θέματα προηγούμενων ετών

#### ΑΛΓΕΒΡΑ

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i.  $2\alpha - 3\beta + 3\alpha + 5\beta$

ii.  $7\chi - 3\chi + 5\psi + 4\chi + \psi$

iii.  $\omega + 3\varphi - 3\omega - 5\varphi$

iv.  $-5\chi + \psi + 4\psi + 2\chi - \chi$

2. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A, B και στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή τους:

A.  $A = 2(\alpha + 3\beta) - 3(\alpha - 2\beta)$ , όταν  $\alpha = 2$ ,  $\beta = -1$  (απ.:  $A = -14$ )

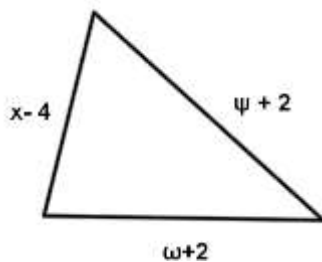
B.  $B = 3(\chi - 3\psi) + 2(5\psi - \chi)$ , όταν  $\chi = -2$ ,  $\psi = 3$  (απ.:  $B = 1$ )

3. Να υπολογιστεί η τιμή των παραστάσεων:

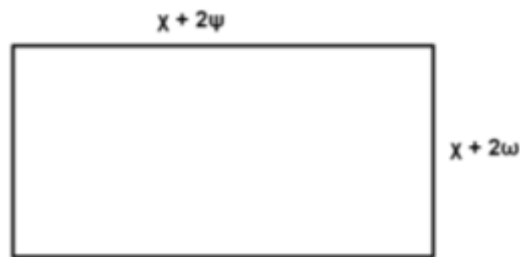
A.  $A = 3(2\chi - 4\psi) + 2(3\chi + 6\psi)$ , όταν  $\chi = 0,01$  και  $\psi = 2007$  (απ.:  $A = 0,12$ )

B.  $B = 2(\alpha + 3\beta) + 3(2\alpha + \beta) - \beta$ , όταν  $\alpha + \beta = \frac{1}{8}$  (απ.:  $B = 1$ )

4. Αν το τρίγωνο έχει περίμετρο 10cm, να βρείτε την περίμετρο του ορθογωνίου.



(απ.:  $\Pi = 40$ )



5. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

α)  $2(\chi - 1) = 4(\chi - 4)$ , ( $\chi = 7$ )

β)  $3(\chi - 1) = 2(1 + 2\chi)$ , ( $\chi = -5$ )

γ)  $2 + 3(\chi - 2) = 2\chi - 3$ , ( $\chi = 1$ )

δ)  $\frac{1+\chi}{2} - \frac{2\chi-1}{3} = \frac{1+2\chi}{3} + \frac{1}{2}$ , ( $\chi = 0$ )

ε)  $\frac{\chi-7}{5} + \frac{\chi-2}{10} = \frac{\chi}{2} - 1$ , ( $\chi = -3$ )

ζ)  $\frac{1+2\chi}{2} - \frac{2\chi-1}{3} = \frac{1+\chi}{3} + 2$  (αδύνατη)

η)  $\frac{1+\chi}{2} - \frac{2\chi-2}{3} = \frac{2+3\chi}{6} + 1$ , ( $\chi = -\frac{1}{4}$ )

θ)  $\frac{2(3\chi-1)}{7} - \frac{\chi+1}{2} = \frac{5\chi-11}{14}$  (ταυτότητα)

ι)  $2(3 - \chi) + 2 = 6 - 4(\chi - 2)$ , ( $\chi = 3$ )

ια)  $-1 - (2\chi + 5) = 2,5(4\chi - 8) + (-2\chi + 6)$  ( $\chi = \frac{4}{5}$ )

6. Να βρεθεί ένας αριθμός που το εξαπλάσιο του αυξημένο κατά 1, είναι ίσο με το αριθμό αυξημένο κατά 9. (απ.:  $x=8/5$ )

7. Τρεις διαδοχικοί περιττοί αριθμοί έχουν άθροισμα 33. Να βρεθούν οι αριθμοί. (απ.: 9,11,13)

8. Δυο αριθμοί διαφέρουν κατά 7 και ο ένας είναι διπλάσιος του άλλου. Ποιοι είναι αυτοί οι αριθμοί; (απ.: 7,14)

9. Ο πατέρας του Κωνσταντίνου έχει την τριπλάσια ηλικία από τον γιο του. Ο Κωνσταντίνος υπολογίζει ότι μετά από 15 χρόνια ο πατέρας του θα έχει διπλάσια χρόνια από αυτόν. Πόσο χρονών είναι σήμερα ο Κωνσταντίνος και πόσο ο πατέρας του. (απ.:  $\Gamma=15, \Pi=45$ )

10. Ένα γυμνάσιο έχει 350 μαθητές. Η Α τάξη έχει 20 μαθητές περισσότερους από τη Β και η Γ έχει 32 λιγότερους από την Α. Πόσους μαθητές έχει κάθε τάξη του γυμνασίου ;

(Απ. : η Β' θα έχει 114 μαθητές, η Α' έχει 134 και η Γ' έχει 102)

11. Σε ένα τηλεπαιχνίδι, η σωστή απάντηση κερδίζει 30 €, ενώ για κάθε λάθος απάντηση χάνουμε 20 €. Ένας παίκτης, μετά από 30 ερωτήσεις στις οποίες απάντησε, κέρδισε 450€. Να βρείτε σε πόσες είχε απαντήσει σωστά. (απ.:  $x=21$ )

12. Μια παράσταση την παρακολούθησαν 100 θεατές συνολικά. Αν οι ενήλικες πλήρωσαν ολόκληρο εισιτήριο 9€, οι ανήλικοι πλήρωσαν 6€, και οι εισπράξεις ήταν 843€, να βρείτε πόσοι ήταν οι ανήλικοι. (απ.:  $x=19$ )

13. Αγόρασε κάποιος ένα σαλόνι που αποτελείται από 4 πολυθρόνες και έναν καναπέ και πλήρωσε 1200 ευρώ. Αν ο καναπές κοστίζει όσο 2 πολυθρόνες να βρείτε την τιμή κάθε πολυθρόνας.

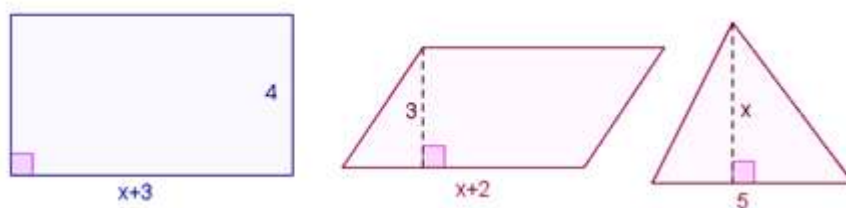
14. Ο Νίκος διάβασε ένα βιβλίο 250 σελίδων σε 5 μέρες. Κάθε μέρα διάβαζε 10 σελίδες παραπάνω από την προηγούμενη. Πόσες σελίδες διάβασε την πρώτη μέρα; (απ.:  $x=30$ )

15. Οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου διαφέρουν κατά 5cm. Αν διπλασιάσουμε τη μικρή πλευρά και αυξήσουμε την μεγάλη κατά 2cm, η περίμετρος του ορθογωνίου μεγαλώνει κατά 18cm. Να βρεθούν οι αρχικές του διαστάσεις. (απ.: 7,12)

16. Για τα παρακάτω σχήματα, το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι ίσο με τα εμβαδά του παραλληλογράμμου και του τριγώνου μαζί.

Να βρείτε το  $x$  και μετά το εμβαδόν του κάθε σχήματος.

(απ.:  $x=4$ )



17. Ένας πατέρας έχει πενταπλάσια ηλικία από την κόρη του και η μητέρα είναι επτά χρόνια μικρότερη από το σύζυγο της. Πόσο χρονών είναι ο πατέρας, η μητέρα και η κόρη αν το άθροισμα των ηλικιών τους είναι 81.

(απ.: 40,8,33)

18. Σε μια εκδρομή πήγαν 70 άτομα, άνδρες, γυναίκες και παιδιά. Οι γυναίκες ήταν διπλάσιες από τα παιδιά ενώ οι άνδρες 10 περισσότεροι από τα παιδιά. Βρείτε τον αριθμό των ανδρών, των γυναικών και των παιδιών που πήγαν στην εκδρομή.

(απ.: 25,30,15)

19. Η μητέρα έχει τετραπλάσια ηλικία από το γιο της. Μετά από 20 χρόνια η ηλικία της μητέρας θα είναι διπλάσια του γιου της. Να βρείτε τη σημερινή ηλικία της μητέρας και του γιου της.

(απ.: 10,40)

20. Δίνονται οι παραστάσεις :  $\alpha = \sqrt{(-4)^2} + \sqrt{(2-5)^2} - \sqrt{5^2}$  και  $\beta = \sqrt{12 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}$

(i) Να αποδειχθεί ότι  $\alpha = 2$  και  $\beta = 4$

(ii) Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{x-2}{\alpha} + \frac{x+1}{\beta} = x-1$  (όπου  $\alpha$  και  $\beta$  οι αριθμοί που βρήκατε στο ερώτ. (i) )

(απ.:  $x=1$ )

21.α) Να συμπληρωθεί ο πίνακας αναλόγων ποσών.

χ κιλά φέτα	3		5	7			50
ψ αξία σε €	15	30			100	150	

β) Να εκφράσετε την αξία ( $\psi$ ) της φέτας ως συνάρτηση του βάρους της ( $\chi$ ).

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.

22. Τα ποσά  $x$  και  $y$  του διπλανού πίνακα είναι ανάλογα.

$x$	3	9		
$y$	4		16	24

α) Να βρείτε τη σχέση που συνδέει τα ποσά  $x$  και  $y$ .

β) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

23.α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\epsilon_1$  που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο  $A(2, -8)$ .

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\epsilon_2$  που είναι παράλληλη στην  $\epsilon_1$  και διέρχεται από το σημείο  $B(0,5)$ .

γ) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ .

24. Σ' ένα γυμνάσιο θέλουμε να εξετάσουμε την επίδοση των μαθητών του γυμνασίου στη γλώσσα. Πήραμε από τα 2 τμήματα της Γ' τάξης τις βαθμολογίες 10 μαθητών: 11, 14, 10, 12, 14, 17, 19, 18, 13, 16. Να βρείτε: α) Ποιος είναι ο πληθυσμός; β) Ποιό είναι το δείγμα; γ) Είναι το δείγμα αντιπροσωπευτικό;

25. Στη χορωδία για μια γιορτή του Γυμνασίου συμμετέχουν μαθητές από την Α', Β', Γ' τάξη σε ποσοστά 25%, 30%, 45% αντίστοιχα.

α) Να παραστήσετε τα δεδομένα με κυκλικό διάγραμμα.

β) Αν οι μαθητές της χορωδίας είναι 20, να βρείτε πόσοι μαθητές της Β' τάξης συμμετέχουν.

26. Ο παρακάτω πίνακας δίνει τον αριθμό των παιδιών που έχουν 50 οικογένειες.

Αριθμός παιδιών	Αριθμός οικογενειών
0	4
1	24
2	15
3	7
Σύνολο	50

α) Πόσες οικογένειες έχουν το πολύ 1 παιδί;

β) Πόσες οικογένειες έχουν τουλάχιστον 2 παιδιά;

γ) Τι ποσοστό οικογενειών έχουν 2 παιδιά;

δ) Να κάνετε ραβδόγραμμα.

ε) Να κάνετε κυκλικό διάγραμμα

27. Αν η μέση τιμή των παρατηρήσεων: 3, α, 2, 2α, -1, 6 είναι  $M.T=4$ , να βρείτε την τιμή του α.

28. Η μέση τιμή πέντε αριθμών είναι 12. Οι τρεις από τους αριθμούς είναι οι 10, 12, 18. Να βρεθούν οι δυο άλλοι, αν ο ένας είναι τριπλάσιος του άλλου.

29. Το μέσο βάρος 20 μαθητών μιας τάξης είναι 50 kg. Να βρείτε:

A. Το συνολικό βάρος των μαθητών.

B. Να βρείτε το μέσο βάρος της τάξης αν φύγουν τρεις μαθητές με βάρος 45kg ο καθένας και έρθουν δυο μαθητές βάρους 55kg ο καθένας.

30. Οι παρατηρήσεις που ακολουθούν είναι τοποθετημένες σε αύξουσα σειρά: -3, -1,  $\chi-1$ ,  $\chi$ ,  $\chi+2$ . Αν η διάμεσος των παρατηρήσεων είναι 2, να βρείτε το  $\chi$  καθώς και τη μέση τιμή των παρατηρήσεων.

31. Στο Γυμνάσιο ένας μαθητής προάγεται σε ένα μάθημα όταν ο μέσος όρος των βαθμών του στα δυο τετράμηνα και τη γραπτή εξέταση του Ιουνίου είναι μεγαλύτερος ή ίσος του 9,5. Ένας μαθητής έχει στα μαθηματικά 9 και 11 στο 1<sup>ο</sup>, 2<sup>ο</sup> τετράμηνο αντίστοιχα. Πόσο τουλάχιστον πρέπει να γράψει τον Ιούνιο στα μαθηματικά για να περάσει το μάθημα; (απ.: τουλάχιστον 8,5)

32. Τα 20 διαμερίσματα μιας πολυκατοικίας έχουν τον παρακάτω αριθμό κατοικίδιων ανά διαμέρισμα: 2, 1, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 1, 3, 0, 0, 1, 1, 3, 0, 2, 1, 1, 2.

α) Να κάνετε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των παρατηρήσεων.

33. Ρωτήθηκαν κάποιοι μαθητές για το πόσες φορές πήγαν κινηματογράφο το τελευταίο τρίμηνο και προέκυψαν οι ακόλουθες απαντήσεις :

4 5 4 3 5 3 4 6 5 3  
 1 4 3 2 6 3 3 3 4 4  
                   5 2 1 2 5

α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

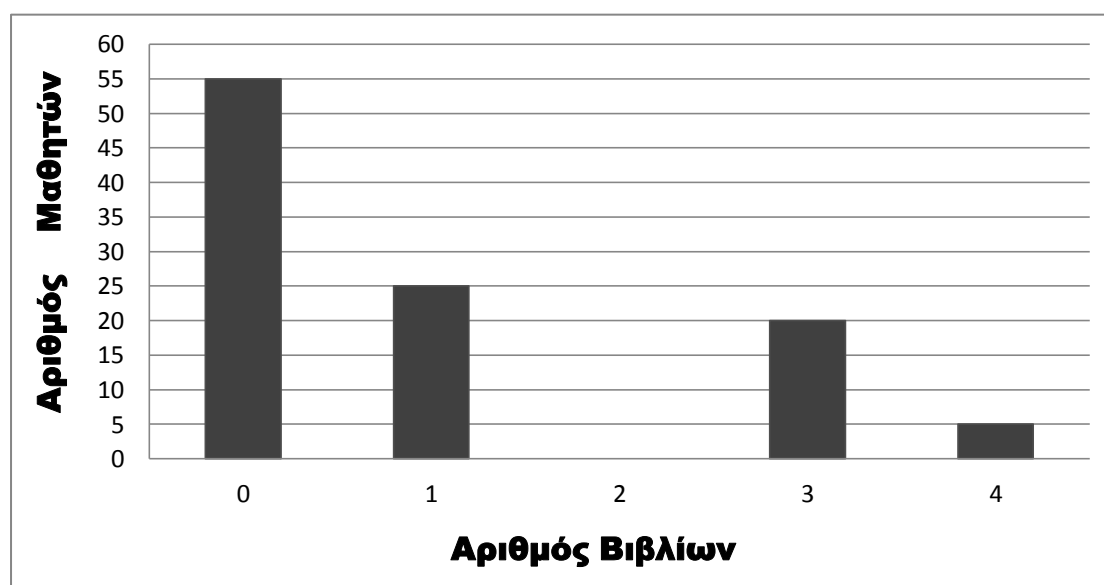
Τιμή	Διαλογή	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα %
Σύνολο			

β) Τι ποσοστό μαθητών πήγε το πολύ 2 φορές κινηματογράφο ;

γ) Πόσοι μαθητές πήγαν τουλάχιστον 4 φορές κινηματογράφο ;

34. Το πιο κάτω ραβδόγραμμα παρουσιάζει τα αποτελέσματα του διαγωνισμού φιλιαναγνωσίας που έγινε μεταξύ 125 μαθητών του Γυμνασίου μας, κατά τη σχολική χρονιά 2015 - 2016.

Από το ραβδόγραμμα σβήστηκε κατά λάθος μία πληροφορία.



Να υπολογίσετε:

(α) πόσοι μαθητές διάβασαν 2 βιβλία (είναι η πληροφορία η οποία σβήστηκε) και να συμπληρώσετε το πιο πάνω ραβδόγραμμα,

(β) πόσοι μαθητές διάβασαν τουλάχιστον 3 βιβλία.

(γ) πόσοι μαθητές διάβασαν το πολύ 1 βιβλίο.

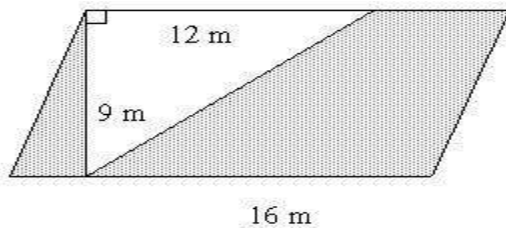
(δ) το ποσοστό των μαθητών που δεν διάβασαν κανένα βιβλίο.

**35)** Η μέση τιμή και η διάμεσος επτά αριθμών είναι 8. Πέντε από αυτούς είναι οι: 2,5,10,11,14.  
Να βρεθούν οι άλλοι δυο.

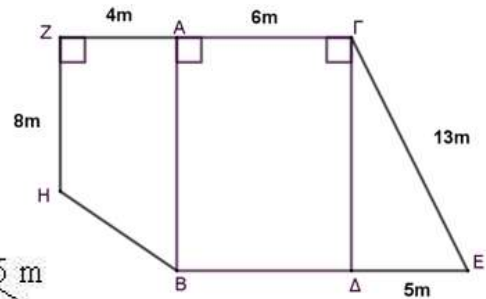
## ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1. Να βρείτε τα εμβαδά των πιο κάτω σχημάτων:

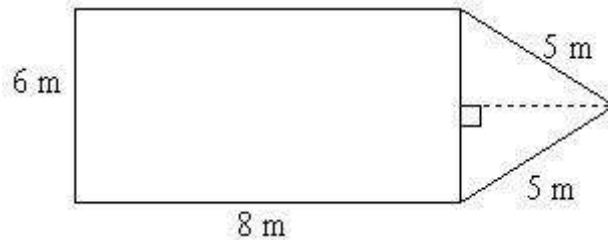
α)  $E_{\text{γραμμοσκιασμένου}} = (\text{απ.: } E=90\text{m}^2)$



β)  $(\text{απ.: } E=142\text{m}^2)$



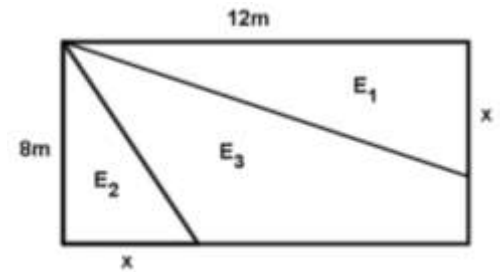
γ)  $(\text{απ.: } E=60\text{m}^2)$



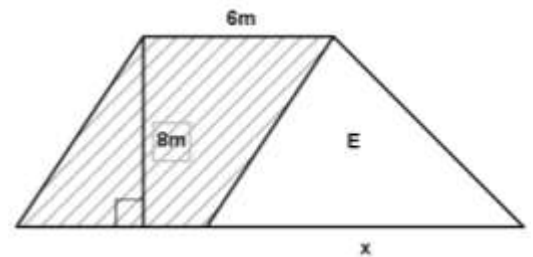
2. α. Στο διπλανό σχήμα, να εκφράσετε τα εμβαδά  $E_1$  και  $E_2$  με τη βοήθεια του  $x$ .

β. Να δείξετε ότι το εμβαδόν του  $E_3$  ισούται με  $(96-10x)\text{m}^2$

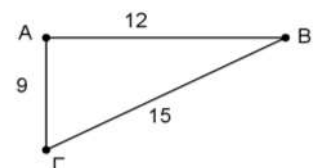
γ. Να βρείτε το  $x$ , ώστε το άθροισμα των εμβαδών των  $E_1$  και  $E_2$  να ισούται με το εμβαδόν του  $E_3$ .  $(x=4,8\text{m})$



3. Το τραπέζιο του διπλανού σχήματος, έχει εμβαδόν  $80\text{m}^2$ . Να υπολογίσετε την τιμή του  $x$  και στη συνέχεια το εμβαδόν  $E$  του τριγώνου με βάση το  $x$ . Το γραμμοσκιασμένο τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο.  $(x=8\text{m}, E=32\text{m}^2)$



4. Να αποδείξετε ότι το παρακάτω τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

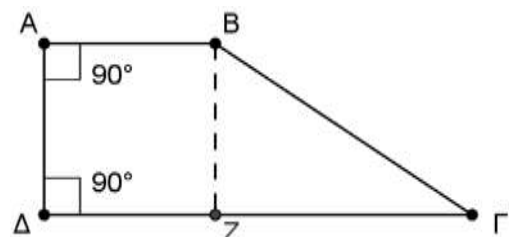


5. Στο παρακάτω σχήμα το τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $AB \parallel \Gamma\Delta$ ) έχει  $A = \Delta = 90^\circ$ ,  $AB=11\text{cm}$ ,  $\Gamma\Delta=27\text{cm}$  και εμβαδόν  $E = 228 \text{ cm}^2$ . Να υπολογίσετε :

α. Το ύψος  $BZ$  του τραπέζιου.

β. Την πλευρά  $B\Gamma$ .

γ. Την περίμετρο του τραπέζιου  $AB\Gamma\Delta$ .  $(\upsilon=12\text{cm}, B\Gamma=20\text{cm})$

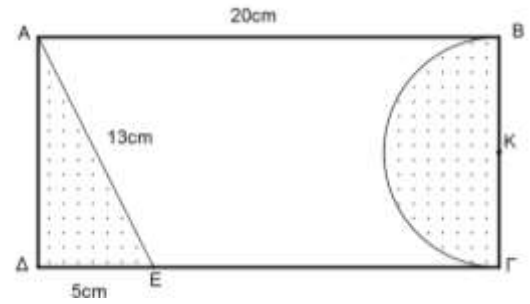


6. Στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  του διπλανού σχήματος είναι:  $AB=20\text{cm}$ ,  $\Delta E=5\text{cm}$ ,  $AE=13\text{cm}$  και  $K$  το κέντρο του ημικυκλίου. Να υπολογίσετε:

α. Την πλευρά  $A\Delta$ . ( $A\Delta=12\text{cm}$ )

β. Το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$ . ( $E=240\text{cm}^2$ )

γ. Το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου (μη σκιαγραφημένου) σχήματος  $AB\Gamma E$ . ( $\pi \approx 3.14$ )  
( $E=153,48\text{cm}^2$ )

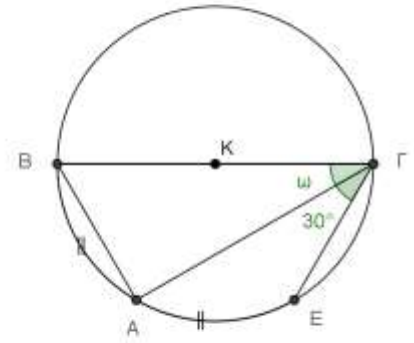


7. Στον κύκλο του διπλανού σχήματος η  $B\Gamma$  είναι διάμετρος, η  $A\Gamma=4\sqrt{3}\text{cm}$ , η γωνία  $A\Gamma E=30^\circ$ , και τόξο  $AB$  = τόξο  $AE$ .

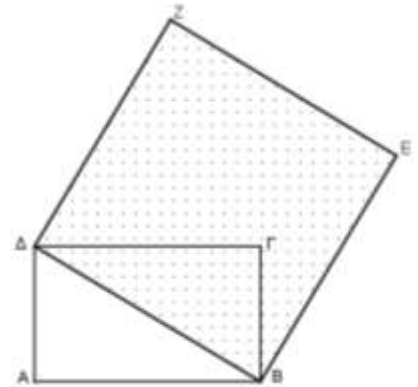
α. Να εξηγήσετε γιατί η γωνία  $BA\Gamma=90^\circ$ .

β. Να βρείτε το μέτρο της γωνίας  $\omega$ . ( $\omega=30^\circ$ )

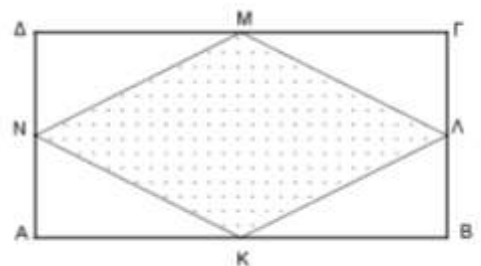
γ. Να υπολογίσετε τη διάμετρο του κύκλου και το μήκος του. ( $\pi \approx 3.14$ ) ( $\delta=8\text{cm}$ ,  $\rho=4\text{cm}$ ,  $L=25,12\text{cm}$ )



8. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τετραγώνου  $B\Delta Z E$  αν είναι γνωστό ότι το  $AB\Gamma\Delta$  είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκη πλευρών  $AB=4\text{cm}$  και  $A\Delta=0,3\text{dm}$ . ( $E=25\text{cm}^2$ )

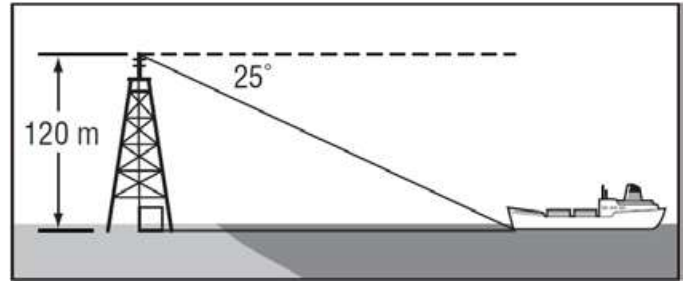


9. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$ . Τα σημεία  $K$ ,  $\Lambda$ ,  $M$ ,  $N$  είναι μέσα των πλευρών  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta A$  αντίστοιχα. Οι διαστάσεις του ορθογωνίου είναι  $6\text{m}$  και  $30\text{dm}$ . Να υπολογιστεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου σε  $\text{m}^2$ . ( $E=9\text{m}^2$ )





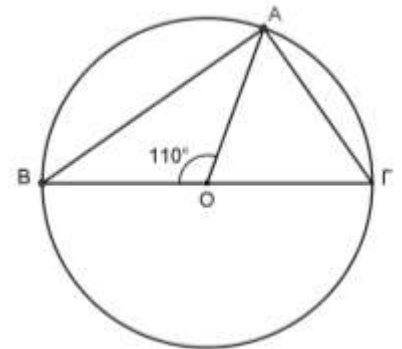
10. Να υπολογίσετε την απόσταση που έχει το πλοίο από τον πύργο αν είναι γνωστό ότι  $\eta\mu 25^\circ \approx 0,42$   $\sigma\upsilon\nu 25^\circ \approx 0,91$   $\epsilon\varphi 25^\circ \approx 0,47$   
 ( $\approx 255,32m$ )



11. Στο διπλανό σχήμα η  $B\Gamma = 6\text{ cm}$  είναι διάμετρος του κύκλου και η γωνία  $\widehat{BOA}$  είναι  $110^\circ$ .

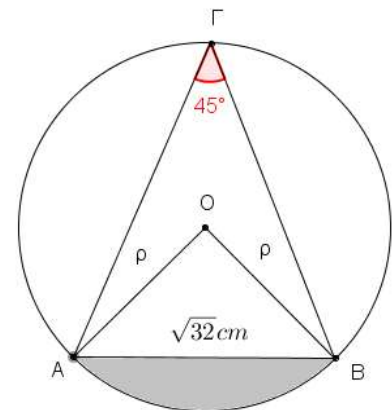
Να βρείτε και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας :

- α) Τα τόξα  $AB$  και  $A\Gamma$ . ( $110^\circ, 70^\circ$ )  
 β) Τις γωνίες του τριγώνου  $AB\Gamma$ . ( $B=35^\circ, \Gamma=55^\circ, A=90^\circ$ )  
 γ) Το μήκος  $L$  και το εμβαδόν  $E$  του κυκλικού δίσκου.



12. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$ . Δίνεται ότι η χορδή  $AB$  του κύκλου είναι  $AB = \sqrt{32}\text{ cm}$  και η γωνία  $\widehat{AGB} = 45^\circ$ .

- α. Να βρεθεί η γωνία  $\widehat{AOB}$  και μετά να αποδείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου είναι  $\rho = 4\text{ cm}$ .  
 β. Να υπολογισθεί το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.  
 γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $AOB$ . ( $E=8\text{ cm}^2$ )

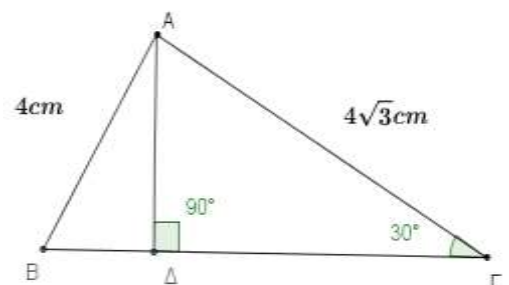


13. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με πλευρές  $AB = 4\text{ cm}$ ,  $A\Gamma = 4\sqrt{3}\text{ cm}$  και  $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ . Επίσης το  $A\Delta$  είναι ύψος του τριγώνου.

- α. Να υπολογίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα  $A\Delta$ ,  $B\Delta$  και  $\Delta\Gamma$ . ( $A\Delta=2\sqrt{3}\text{ cm}, B\Delta=2\text{ cm}, \Delta\Gamma=6\text{ cm}$ )

- β. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο.  
 γ. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου  $A\Delta\Gamma$  είναι τριπλάσιο από το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Delta$ .

(Δίνεται ότι  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ )



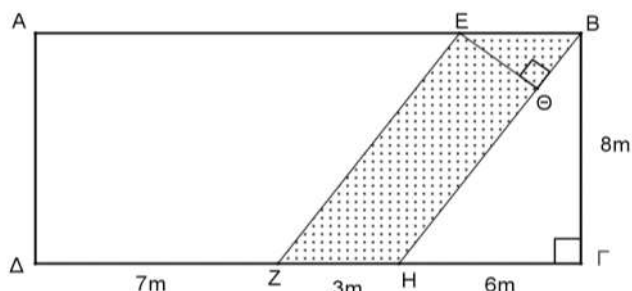
14. Σε τρίγωνο ΚΛΜ τα μήκη των πλευρών του είναι:

$$ΚΜ = \sqrt{64} + 2 \cdot \sqrt{36}, \quad ΛΜ = 24 \quad \text{και} \quad ΚΛ = \sqrt{16} + 2 \cdot \sqrt{25} + \sqrt{49} - \sqrt{(-1)^{2012}}$$

- i) Να αποδείξεις ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές με βάση την ΛΜ.
- ii) Να υπολογίσεις το ύψος ΚΡ. *(ΚΡ=16)*
- iii) Να βρεις το εμβαδόν του τριγώνου ΚΛΜ.
- iv) Να βρεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Μ.

15. Στο διπλανό σχήμα έχουμε την κάτοψη ενός ορθογωνίου οικοπέδου ΑΒΓΔ που το διασχίζει ο δρόμος ΒΕΖΗ σχήματος παραλληλογράμμου. Έχουμε: ΒΓ=8m, ΗΓ=6m, ΖΗ=3m, ΔΖ=7m.

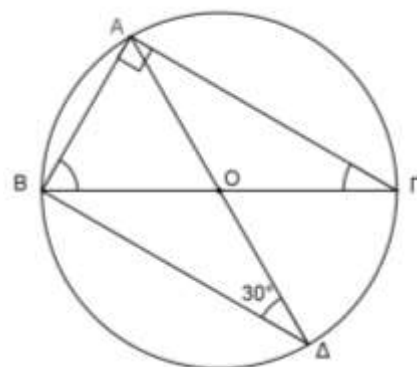
- 1) Να δείξετε ότι το μήκος του δρόμου ΒΗ=10m
- 2) Να δείξετε ότι εμβαδόν του δρόμου (ΒΕΖΗ)=24m<sup>2</sup> και να βρείτε το πλάτος του ΕΘ. *(ΕΘ=2,4 m)*
- 3) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του οικοπέδου ΑΕΖΔ(τραπέζιο) *(Ε=80m<sup>2</sup>)*



16. Στον κύκλο (Ο, ρ) του διπλανού σχήματος είναι :

ΒΓ διάμετρος, ρ η ακτίνα του κύκλου , γων.Δ=30° και ΑΒ=4cm.

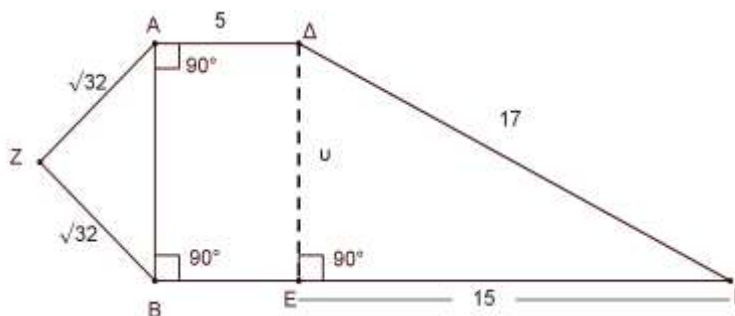
- 1) Να αιτιολογήσετε γιατί γων.Α=90° και γων.Γ=30°
- 2) Να δείξετε ότι ΒΓ=8cm. *(δίνεται ημ30°=1/2)*
- 3) Να υπολογίσετε το μήκος L του κύκλου και το εμβαδόν του Ε. *(π≈3,14).*



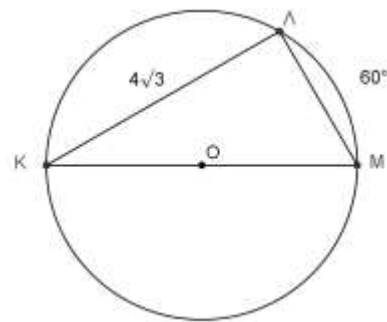
17. Ο πάγκος ενός εργαστηρίου αποτελείται από το τραπέζιο ΑΒΓΔ με (ΑΔ//ΒΓ), Α = Δ = 90° και το τρίγωνο ΑΖΒ. Δίνεται:

ΑΔ= 5m, ΔΓ =17 m, ΕΓ= 15 m και ΑΖ=ΖΒ=√32m. Να υπολογίσετε:

- α) Το ύψος υ του τραπέζιου ΑΒΓΔ και το εμβαδόν του. *(υ=8 m)*
- β) Εξηγήστε γιατί το τρίγωνο ΑΖΒ είναι ορθογώνιο.
- γ) Βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΖΒ και όλου του πάγκου. *((ΑΖΒ)=16m<sup>2</sup>, Ε=116m<sup>2</sup>)*



18. Το τρίγωνο ΚΛΜ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με κέντρο Ο και διάμετρο την ΚΜ. Αν  $ΚΛ = 4\sqrt{3} \text{ cm}$  και τόξο  $ΜΛ = 60^\circ$ , να βρείτε:

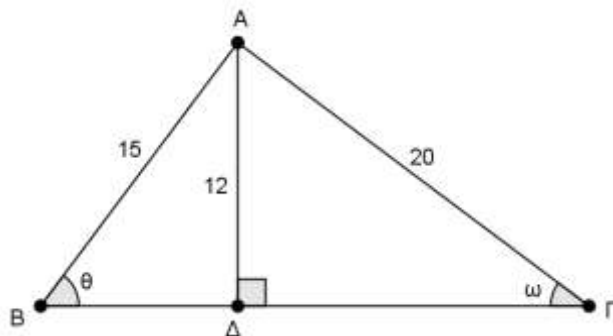


α) Τα μέτρα των γωνιών Κ,Λ,Μ του τριγώνου ΚΛΜ αιτιολογώντας την απάντησή σας.

β) Να δείξετε ότι  $ΜΛ = 4 \text{ cm}$  και  $ΚΜ = 8 \text{ cm}$ .

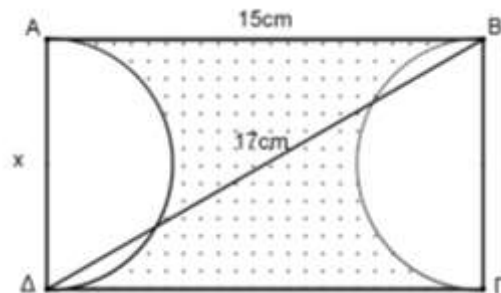
γ) Το μήκος του κύκλου. ( $\pi \approx 3,14$ ) και ( $\epsilon\phi 60^\circ = \sqrt{3}$ )

19. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το  $\eta\mu\theta$  και το  $\sigma\upsilon\nu\omega$ .



20. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ, με  $ΑΒ = 15 \text{ cm}$ ,  $ΒΔ = 17 \text{ cm}$ .

Με διαμέτρους τις πλευρές ΑΔ και ΒΓ σχεδιάζουμε Β ημικύκλια εσωτερικά του ορθογωνίου. Αν  $ΑΔ = x$ , να υπολογιστούν:



α) Το  $x$ ,

β) το εμβαδό του κάθε ημικυκλίου,

γ) το εμβαδό της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

21. Δίνεται κύκλος  $(Ο, \rho)$  με διάμετρο ΒΓ.

Στο τρίγωνο ΑΒΓ που είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο

το μήκος της πλευράς ΑΒ είναι:  $ΑΒ = 8\sqrt{3} \text{ cm}$  και το τόξο  $ΑΒ = 120^\circ$

α) Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών  $\hat{Α}$ ,  $\hat{Β}$  και  $\hat{\Gamma}$ .

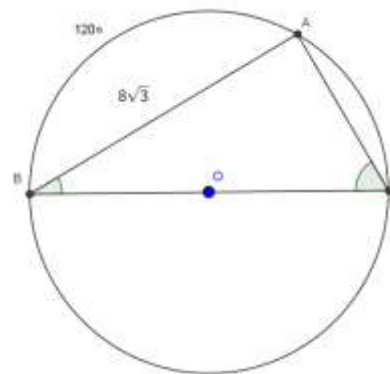
β) Να υπολογίσετε τις πλευρές ΑΓ, ΒΓ και το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

γ) Να υπολογίσετε:

i) Την ακτίνα  $\rho$  του κύκλου.

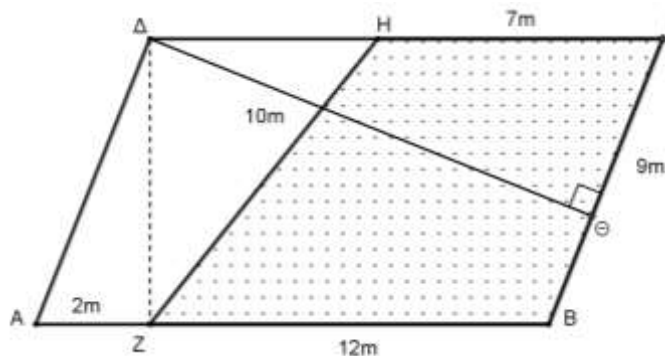
ii) Το μήκος του κύκλου.

iii) Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.



22. Στο σχήμα δίνονται:  $AB\Gamma\Delta$  Παραλληλόγραμμο με  $AB=12\text{ m}$ ,  $B\Gamma=9\text{ m}$ ,  $AZ=2\text{ m}$ ,  $\Gamma H=7\text{ m}$ ,  $\Delta\Theta=10\text{ m}$ .  
Να βρείτε:

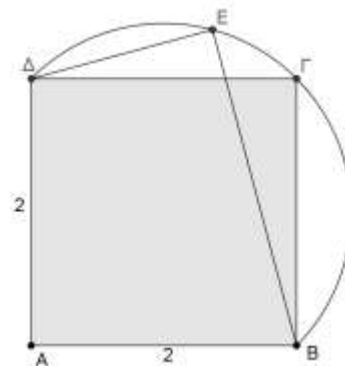
- α) το εμβαδόν του  $AB\Gamma\Delta$ , ( $E=90\text{ m}^2$ )  
β) την απόσταση των πλευρών  $AB$  και  $\Gamma\Delta$ , ( $\Delta Z=7,5\text{ m}$ )  
γ) το εμβαδόν του σχήματος  $ZB\Gamma H$ .



23. Σε ένα τρίγωνο  $AB\Gamma$  τα μήκη των πλευρών του είναι  $a=\sqrt{6}\text{ cm}$ ,  $\beta=4\text{ cm}$ ,  $\gamma=\sqrt{10}\text{ cm}$

- α) Ποια είναι η μεγαλύτερη πλευρά;  
β) Με την βοήθεια του αντιστρόφου του Πυθαγορείου θεωρήματος να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο. γ) Ποια είναι η ορθή γωνία;

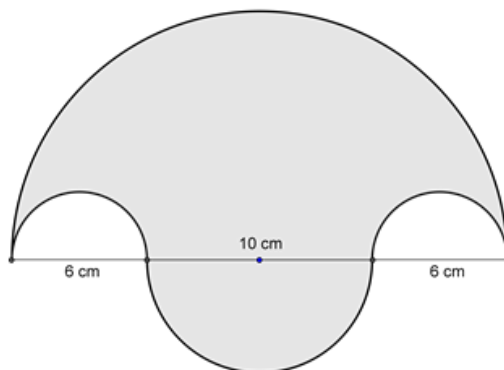
24. Στο διπλανό σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο με πλευρά  $AB=2$  και  $\Delta E=\sqrt{3}$ ,  $B E=\sqrt{5}$ . Να δείξετε ότι η γωνία  $B E\Delta=90^\circ$ .



25. Στο διπλανό σχήμα είναι σχεδιασμένα ημικύκλια.

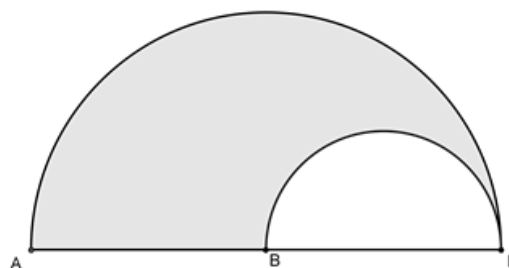
Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος.

(Απ.  $E=64\pi\text{ cm}^2$ ,  $L=22\pi\text{ cm}$ )



26. Αν  $AB=B\Gamma=10\text{ cm}$ , να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μέρους.

( απ.:  $E=\frac{75\pi^2}{2}\text{ cm}^2$ ,  $\text{Περίμετρος}=15\pi+10\text{ cm}$ )

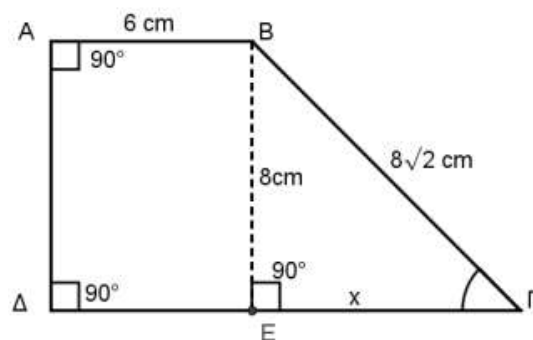


27. Στο τραπέζιο του διπλανού σχήματος είναι  $AB \parallel \Delta\Gamma$ ,  $A = \Delta = 90^\circ$ ,  $BE = 8 \text{ cm}$ ,  $B\Gamma = 8\sqrt{2} \text{ cm}$ .

α) Να δείξετε ότι το μήκος του  $E\Gamma = 8 \text{ cm}$  και να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\Gamma$ .

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν ( $\Delta B\Gamma$ ) του τριγώνου  $\Delta B\Gamma$  και να βρείτε ότι το εμβαδόν του τραπέζιου  $AB\Gamma\Delta$  είναι  $(AB\Gamma\Delta) = 80 \text{ cm}^2$

γ) Αν ένα τετράγωνο έχει εμβαδόν πενταπλάσιο του εμβαδού του τραπέζιου ( $AB\Gamma\Delta$ ), να βρείτε την πλευρά αυτού του τετραγώνου. *(20cm)*



28. Στον κύκλο  $(O, \rho)$  του διπλανού σχήματος είναι: η  $B\Gamma$  διάμετρος,  $\rho$  η ακτίνα του κύκλου,  $A\Gamma = 16 \text{ cm}$  και το μήκος  $L$  του κύκλου  $L = 62,8 \text{ cm}$ .

α) Να δείξετε ότι  $\rho = 10 \text{ cm}$  και να εξηγήσετε γιατί η γωνία  $BA\Gamma = 90^\circ$

β) Να υπολογίσετε την πλευρά  $AB$  και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $B$ .

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του λευκού μέρους της επιφάνειας του κύκλου.

